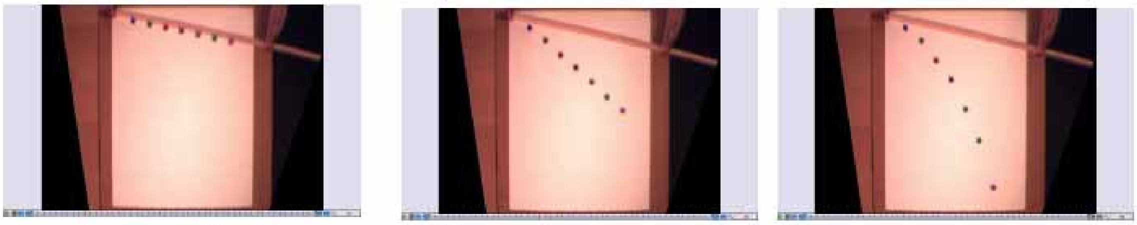
Wat schuift het?



Drie afbeeldingen van de bewegende muntjes

Het experiment

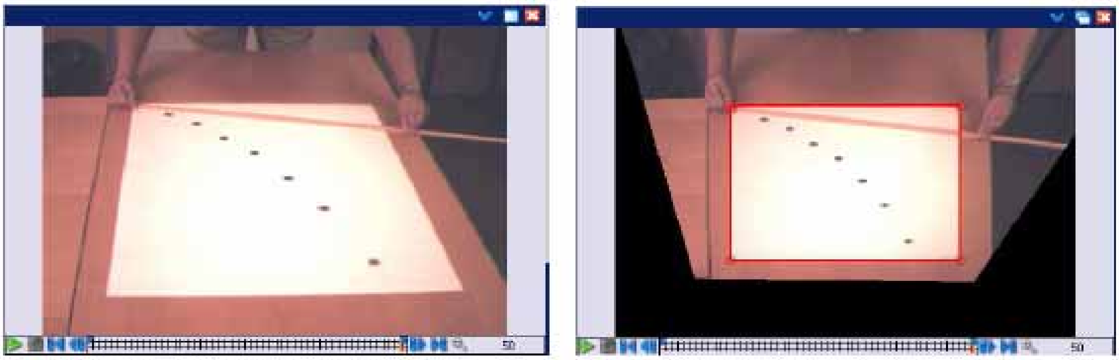
Het gaat in dit artikel om een eenvoudige proef: zeven muntjes liggen op onderling gelijke afstanden van elkaar op een glad vel papier. Met een liniaal, die een cirkelvormige beweging maakt, geeft de onderzoeker de muntjes een tik. Het middelpunt van de beweging die de liniaal maakt, valt samen met het begin van de rij muntjes (foto's, de linkerbovenhoek van het papier). De beweging van de liniaal stopt abrupt en de muntjes verlaten de liniaal met een snelheid loodrecht op de liniaal. Hier komt de wrijvingskracht in beeld. Omdat alle muntjes identiek zijn is de wrijving constant en de wrijving hangt niet af van de snelheid. De arbeid die de wrijving verricht is te berekenen met $W = F*s$, waarbij F de wrijvingskracht en s de afstand is die het muntje aflegt na het verlaten van de liniaal. De afstand die een muntje aflegt is evenredig met de kinetische energie die het muntje heeft bij het verlaten van de liniaal. De liniaal maakt een cirkelvormige beweging, dus de snelheid v van een muntje is evenredig met de oorspronkelijke afstand d van het muntje tot het draaipunt. Omdat de kinetische energie gelijk is aan $E_k = ½\, mv^2$ verkrijgen we $F*s = ½\, mv^2$. Omdat F en m constanten zijn, is s evenredig met v^2. De afstand die een muntje aflegt na het verlaten van de liniaal is evenredig met het kwadraat van de afstand tot het draaipunt in de beginsituatie. Ofwel, als de muntjes na beweging tot stilstand zijn gekomen, vormen zij een parabool.
De eindpositie van de muntjes in de afb. bewijst ons gelijk (rechter foto).

Is het wel zo eenvoudig?

De eenvoudigste manier om de beweging en eindpositie van de muntjes te analyseren, is met behulp van videometen. Hierbij hebben we te kampen met twee problemen.

1. De beweging is te snel voor een opname met een gewone camera.
2. Het valt niet mee om een opname zonder perspectivische vertekening te maken.

Het eerste probleem is opgelost door een hogesnelheidscamera te gebruiken (frame rate variërend van 40 fps tot 400 fps). Het tweede probleem is opgelost met behulp van de perspectiefcorrectie, een standaardvoorziening binnen Coach 6. De afbeelding in onderstaande foto's hebben we daarna herschaald naar het formaat zoals dat in het origineel is gebruikt.

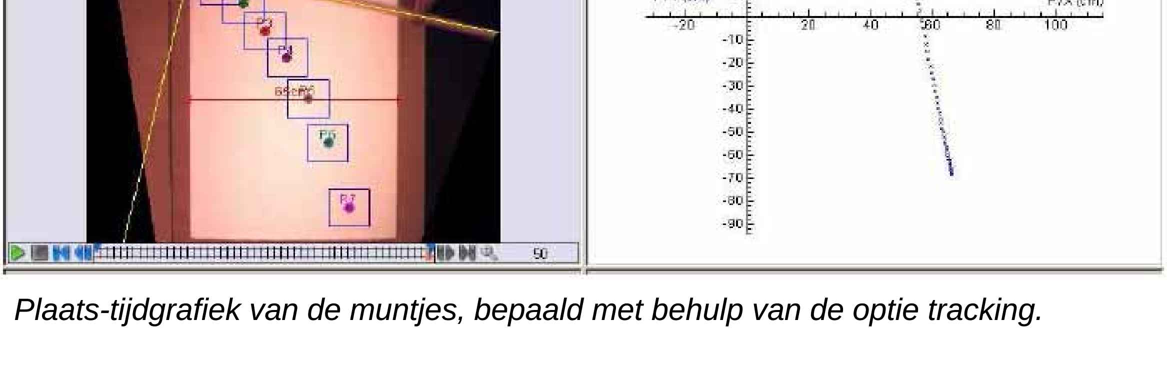


Een filmbeeldje voor (links) en na (rechts) correctie van het perspectief.

Zo wordt de werkelijkheid het best benaderd en zijn de onderlinge verhoudingen van het papier op de film gelijk aan die in de realiteit.
Het handmatig invoeren van meetwaarden voor zeven muntjes kost veel tijd, is vervelend en erg gevoelig voor fouten. Daarom maken we gebruik van traceren binnen videometen. In het eerste frame klikt de gebruiker een object aan en voor elk volgend frame wordt dit object op film gevolgd. Op deze manier verkrijgen we voor elk van de zeven muntjes een plaats-tijdmeting. Met behulp van deze meting gaan we een tweetal van de uitspraken uit het begin van dit artikel nader bekijken.

Uitspraak 1: *De beweging van de liniaal stopt abrupt en de muntjes verlaten de liniaal, met een snelheid loodrecht op de liniaal.*

Omdat er behalve wrijving geen andere krachten optreden, zal de beweging van elk muntje na het verlaten van de liniaal een rechte lijn zijn. Hierbij nemen we het draaipunt van de liniaal als oorsprong van het assenstelsel. De x-as van dit stelsel valt samen met de liniaal in de eindpositie, waar de muntjes de liniaal verlaten. We krijgen in Coach 6 de onderstaande schermafbeeldingen.
In de linkerafbeelding zien we het assenstelsel ingetekend, samenvallend met de liniaal in de eindpositie. In de rechtergrafiek de baan die het muntje aflegt dat het verst van de oorsprong lag. Het is duidelijk dat in dit assenstelsel de x-component van de snelheid niet nul is. De snelheid van het muntje was bij het verlaten van de liniaal niet loodrecht op deze liniaal. Er is dus een snelheidscomponent (ongelijk aan nul) parallel aan de liniaal.



Plaats-tijdgrafiek van de muntjes, bepaald met behulp van de optie tracking.

We bekijken deze snelheidscomponent nader. We draaien het filmpje nog eens beeldje-voor-beeldje af.
Terwijl de liniaal roteert en contact heeft met de muntjes, blijkt het dat de muntjes bewegen langs de liniaal. We bepalen de afstand van het zevende muntje tot de oorsprong. Als we ons richten op de beeldjes 6, 8, 10 en 11 krijgen we steeds een iets afwijkende waarde voor de afstand van muntje tot oorsprong. Achtereenvolgens vinden we: 53,54 cm, 53,7 cm, 54,55 cm en 55,21 cm.

Dit betekent dat de muntjes inderdaad een snelheidscomponent hebben die parallel aan de liniaal loopt. Ofwel, de snelheid bij het verlaten van de liniaal is niet loodrecht op de liniaal.

Uitspraak 2: *Als de muntjes na beweging tot stilstand zijn gekomen, vormen zij een parabool. De eindpositie van de muntjes in de afbeelding bewijst ons gelijk.*

Het rechts weergegeven diagram toont de eindposities van elk van de zeven muntjes. Het lijkt dat de muntjes een mooie parabool vormen. Dit kunnen we controleren door functiefit toe te passen. De kromme in de figuur geeft de beste tweedegraadsfit die de computer ons voorlegt:

(-0.023976370735911*X-0.012360878869639)*X-1.999994733605468

In een licht vereenvoudigde schrijfwijze levert dit:

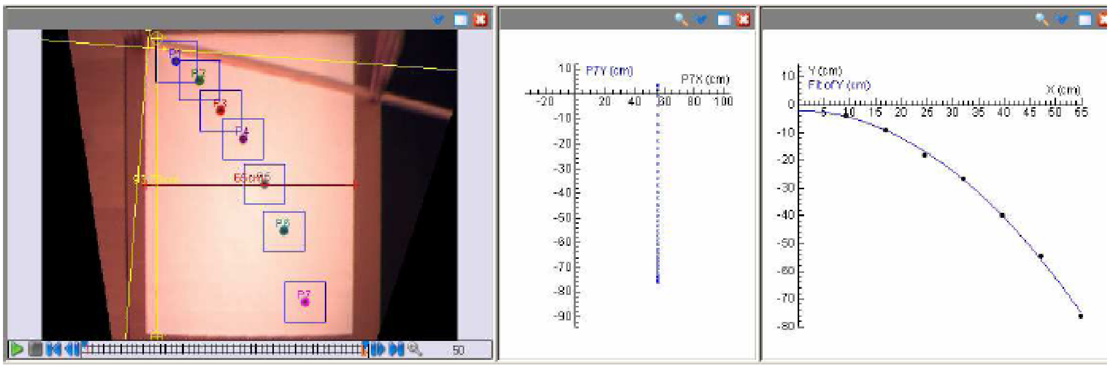
$Y = -0.02398\ X^2 - 0.01236\ X - 1.99999$

of

$Y = -0.02398\ (X + 0.25777)^2 - 1.99840$

Als we de oorsprong van het assenstelsel verschuiven over de vector (-0.25777, 1.99840) krijgen we de eenvoudige vergelijking: $Y = -c\ X^2$.

De Y-t grafieken van de muntjes vormen ook een parabool, zolang de muntjes in beweging zijn.

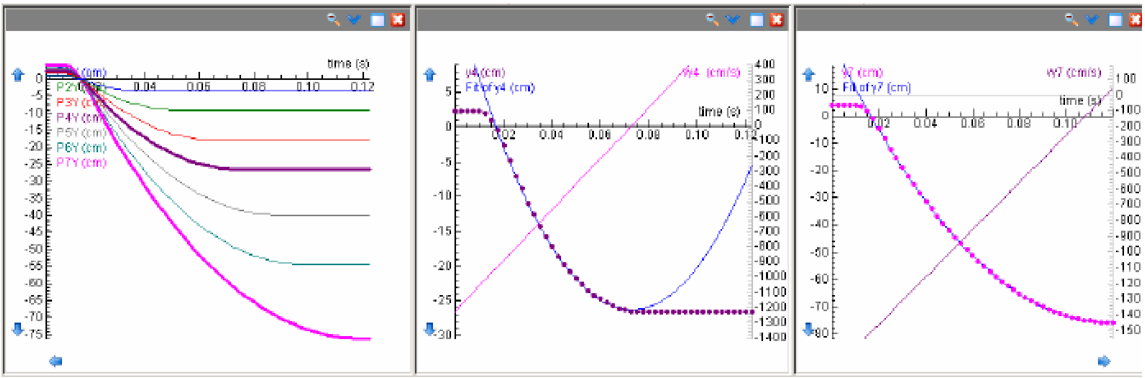


Een aangepaste keuze van het assenstelsel.

Om dit te onderzoeken, moeten we eerst het coördinatensysteem zo kiezen dat het 7e muntje langs een rechte, verticale lijn beweegt. Hierboven is duidelijk te zien dat de x-as van dit assenstelsel niet samenvalt met de eindpositie van de liniaal.

Dit is in de volgende figuur voor de muntjes 4 en 7 te zien. In de diagrammen is ook de fit van de snelheidsgrafiek van deze muntjes weergegeven. Het snijpunt met de horizontale as geeft het tijdstip aan waarop het muntje stopte met bewegen.

In het linkerdeel van de laatste figuur zien we in een figuur de snelheids-tijdgrafieken van de zeven muntjes.

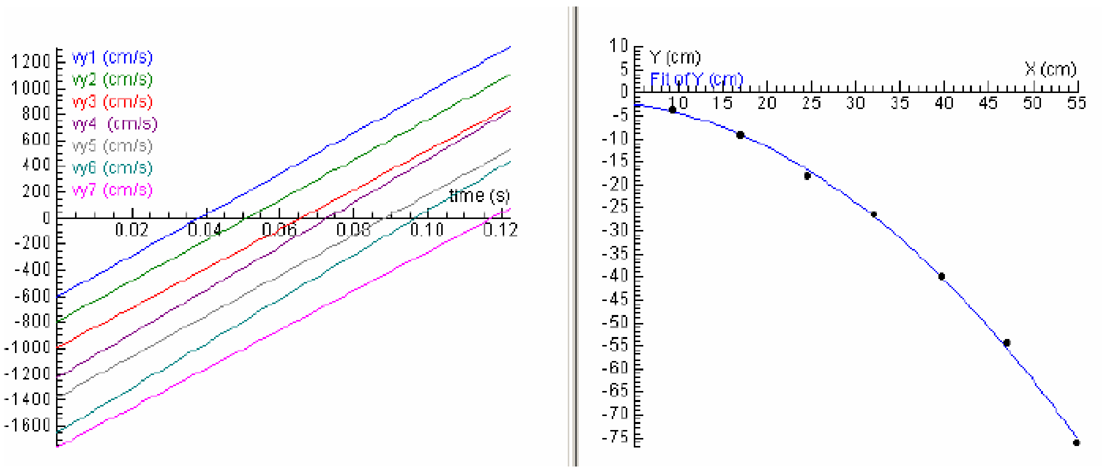


Y-t grafieken van de verschillende muntjes en de kwadratische functiefit van deze bewegingen (voor muntjes 4 en 7).

We zien dat het 1e, 2e, 3e, 5e en 7e parallel lopende snelheidskrommes geeft op onderling gelijke afstanden, precies zoals de theorie voorspelt. Muntjes 4 en 6 hebben ten opzichte van elkaar ook gelijke krommes voor de snelheid maar de richtingscoëfficiënt van deze twee grafieken is groter dan die van de andere vier muntjes. Dit zien we ook terug in het rechter deel van dit figuur, de kwadratische fit van de eindpositie: de muntjes 4 en 6 liggen iets boven de curve. Kennelijk was de wrijvingskracht voor deze twee muntjes niet gelijk aan die van de andere vier muntjes.

Zou dit te maken kunnen hebben met kop of munt? Bij het uitvoeren van het experiment hebben we hier geen aandacht aan besteed. De werkelijkheid blijkt een stuk ingewikkelder dan voorzien op basis van de theorie. Het is een leerzame ervaring voor studenten (en docenten) om dit soort subtiele verschillen tussen theorie en werkelijkheid met elkaar in overeenstemming te brengen.

André Heck, AMSTEL Instituut,
<heck@science.uva.nl>,
Ron Vonk, A Roland Holst College en AMSTEL Instituut,
<rvonk@science.uva.nl>



v-t grafieken van de vrij bewegende muntjes en de kwadratische fit van de eindpositie.